2019 年度　エネルギー変換　学期末試験問題

関数電卓のみ、持込可。その他は持込不可。

1.　地球温暖化について、以下の問いに答えなさい。

問1.　地球大気の主成分である窒素、酸素などの分子は赤外線を吸収しない。一方、水蒸気、二酸化炭素、メタンなどの分子は赤外線を吸収する。その理由について簡潔に説明しなさい。

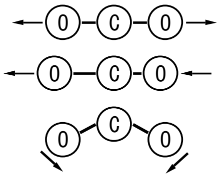
問2.　地球温暖化は、人間の産業活動から排出された二酸化炭素、メタンなどの分子によって引き起こされている、と考えられている。地球温暖化の機構について、図を描いて説明しなさい。

2.　二酸化炭素, CO_2, には、以下に示すような 3 つの振動モードがある。

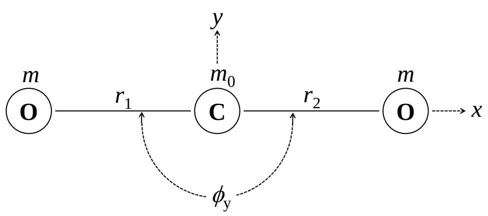
全対称伸縮振動, ν_1

逆対称伸縮振動, ν_2

変角振動, ν_3



二酸化炭素, CO_2, の分子内座標を下図に示す。



振動の運動エネルギー T_v, 位置エネルギー V は以下のように与えられる。

$$
\begin{aligned}
T_{\mathrm{v}} &= \frac{1}{2}m\left(\frac{\Delta\dot{r}_1+\Delta\dot{r}_2}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{1}{2}\mu\left(\frac{\Delta\dot{r}_1-\Delta\dot{r}_2}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{\mu}{2}\left[\left(r_0\Delta\dot{\phi}_{\mathrm{y}}\right)^2+\left(r_0\Delta\dot{\phi}_{\mathrm{z}}\right)^2\right] \\
V &= \frac{1}{2}(K+k)\left(\frac{\Delta r_1+\Delta r_2}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{1}{2}(K-k)\left(\frac{\Delta r_1-\Delta r_2}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{1}{2}H\left[\left(r_0\Delta\phi_{\mathrm{y}}\right)^2+\left(r_0\Delta\phi_{\mathrm{z}}\right)^2\right]
\end{aligned}
\quad -（1）
$$

ここで、酸素原子の質量を m、炭素原子の質量を m_0 とする。K は結合伸縮に関するバネ定数、H は結合角 φ の変化に関するバネ定数、 k は２つの結合の間の相互作用を表す定数である。
また、換算質量 μ は以下のように与えられる。

$$
\frac{1}{\mu}=\frac{2}{m_0}+\frac{1}{m} \quad -（2）
$$

Lagrange の運動方程式は以下のように与えられる。

$$
\begin{aligned}
&L = T - V \\
&\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{S}}\right]-\frac{\partial L}{\partial S}=0
\end{aligned}
\quad -（3）
$$

問1.　全対称伸縮振動 ν_1、逆対称伸縮振動 ν_2、変角振動 ν_3 の振動数について、m, μ, K, k, H を用いて示しなさい。

問2.　各振動モードの振動数を以下に示す。

$\nu_1 = 4.01\times10^{13}$ (S^{-1}), $\nu_2 = 7.05\times10^{13}$ (S^{-1}), $\nu_3 = 2.00\times10^{13}$ (S^{-1})

また、酸素原子の質量 m と炭素原子の質量 m_0 は以下のとおりである。

$m = 2.66\times10^{-26}$ (kg), $m_0 = 1.99\times10^{-26}$ (kg)

バネ定数, K, k, H を計算しなさい。ただし、単位は kgs^{-2} で算出すること。

3.　原子力発電について下記の問いに答えなさい。

問1.　核燃料集合体の間に挿入される制御棒の、原子炉の運転において果たす役割とは何か。また、原子炉を安全に運転するには、原子核分裂の連鎖反応が定常的となる臨界状態を維持する必要があるのはなぜか。以上について、図を描いて説明しなさい。

問2.　原子力発電において、不測の事態により原子炉が緊急に運転停止しウランの核分裂が止まった後も、原子炉の冷却機構がしばらく動いている必要があるのはなぜか。また、原子炉の緊急停止の直後に全ての冷却機構が失われた場合には、最終的にどのような深刻な事態となるだろうか。以上について説明しなさい。

4.　熱機関について下記の問いに答えなさい。

問1.　オットーサイクル（自動車のガソリンエンジン）について、エンジンの**構造図**、および横軸を体積、縦軸を圧力とする等温線と断熱線に関する*グラフ*を描いて説明しなさい。

問2.　熱機関の発明によって産業革命が起こったのはなぜか。その結果、人類全体へどのような影響がもたらされたのか。以上について説明しなさい。

5.　プランクの分布関数について以下の問いに答えなさい。

空間の角振動数 ω を持つ振動モードは、エネルギー量子 $\hbar\omega$ を単位として励起される。
モードに s 個の量子を持つエネルギー状態 ε_s は

$$\varepsilon_S = s\hbar\omega \qquad -(4)$$

である。これは、空洞内のいたるところに分布する量子化された調和振動子のエネルギーに等しい。

このとき、分配関数, $Z(\tau) = \sum_{s=0}^{\infty} \exp(-\varepsilon_S / \tau)$,　$(\tau = k_B T)$　は

$$Z(\tau) = \sum_{s=0}^{\infty} \exp(-s\hbar\omega/\tau) \qquad -(5)$$

と与えられる。

問1.　分配関数, $Z(\tau)$, が

$$Z(\tau) = \frac{1}{1 - \exp(-\hbar\omega/\tau)} \qquad -(6)$$

となることを示しなさい。

系がエネルギー量子 $s\hbar\omega$ を持つ状態 s にある確率 $P(s)$は、ボルツマン因子, $P(\varepsilon_S) = \dfrac{\exp(-\varepsilon_S/\tau)}{Z(\tau)}$, より

$$P(s) = \frac{\exp(-s\hbar\omega/\tau)}{Z(\tau)} \qquad -(7)$$

である。これより、s の熱平均値は

$$\langle s \rangle = \sum_{s=0}^{\infty} s \times P(s) = \frac{\sum_{s=0}^{\infty} s \times \exp(-s\hbar\omega/\tau)}{Z(\tau)} \qquad -(8)$$

である。

問2.　(6)式と(8)式からプランク分布関数

$$\langle s \rangle = \frac{1}{\exp(\hbar\omega/\tau) - 1} \qquad -(9)$$

を導きなさい。