

2022年度 エネルギー変換 学期末試験問題

持込不可。関数電卓のみ持込可

1. 光が分子に吸収され量子状態 ψ_l から ψ_m へ遷移する確率は

$$\text{遷移確率} = \frac{1}{\hbar^2} |\mu_{lm}|^2 E_0^2 t \quad - (1)$$

と表される。ここで $|\mu_{lm}|$ は遷移双極子モーメントである。

$$|\mu_{lm}| = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_m^* \mu |\psi_l| d\tau \quad - (2)$$

赤外吸収によって分子の振動準位間を遷移する場合に、振動座標を q とすると、

$$\text{遷移確率} \propto \left(\frac{d\mu}{dq} \right)_0 \quad - (3)$$

となることを、数式を用いて説明しなさい。

※ヒント：双極子モーメント μ を q でテイラー展開する。

遷移双極子モーメントの積分では1次の項が残る。

2. 二酸化炭素, CO_2 , には、全対称伸縮振動, ν_1 , 逆対称伸縮振動, ν_2 , 変角振動, ν_3 の3つの振動モードがある。各振動モードの振動数が、下式で与えられる。

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K+k}{m}} \\ \nu_2 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K-k}{\mu}} \\ \nu_3 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2H}{\mu}} \end{aligned} \quad - (4)$$

各振動モードの振動数を以下に示す。

$$\nu_1 = 4.01 \times 10^{13} (\text{S}^{-1}), \nu_2 = 7.05 \times 10^{13} (\text{S}^{-1}), \nu_3 = 2.00 \times 10^{13} (\text{S}^{-1})$$

また、酸素原子の質量 m と炭素原子の質量 m_0 は以下のとおりである。

$$m = 2.66 \times 10^{-26} (\text{kg}), m_0 = 1.99 \times 10^{-26} (\text{kg})$$

バネ定数, K, k, H を計算しなさい。ただし、単位は kgs^{-2} で算出すること。

※ヒント：換算質量 μ は以下のように与えられる。

$$\frac{1}{\mu} = \frac{2}{m_0} + \frac{1}{m} \quad - (5)$$

3. 原子力発電では核分裂反応で熱を発生させている。原子力発電の構造と原理について、図を描いて説明しなさい。ただし、「ウラン濃縮」「原子炉」「原子核分裂」「減速材」「熱中性子」「連鎖反応」「臨界」「冷却材」「蒸気」「タービン」「発電機」等の語句を全て用いて200字程度で説明しなさい。

4. プランクの分布関数について以下の問いに答えなさい。
空間の角振動数 ω を持つ振動モードは、エネルギー量子 $\hbar\omega$ を単位として励起される。
モードに s 個の量子を持つエネルギー状態 ε_s は

$$\varepsilon_s = s\hbar\omega \quad - (6)$$

である。これは、空洞内のいたるところに分布する量子化された調和振動子のエネルギーに等しい。

このとき、分配関数、 $Z(\tau) = \sum_{s=0}^{\infty} \exp(-\varepsilon_s / \tau)$, ($\tau = k_B T$) は

$$Z(\tau) = \sum_{s=0}^{\infty} \exp(-s\hbar\omega/\tau) \quad - (7)$$

と与えられる。

問1. 分配関数、 $Z(\tau)$, が

$$Z(\tau) = \frac{1}{1 - \exp(-\hbar\omega/\tau)} \quad - (8)$$

となることを示しなさい。

系がエネルギー量子 $s\hbar\omega$ を持つ状態 s にある確率 $P(s)$ は、ボルツマン因子、 $P(\varepsilon_s) = \frac{\exp(-\varepsilon_s/\tau)}{Z(\tau)}$,
より

$$P(s) = \frac{\exp(-s\hbar\omega/\tau)}{Z(\tau)} \quad - (9)$$

である。これより、 s の熱平均値は

$$\langle s \rangle = \sum_{s=0}^{\infty} s \times P(s) = \frac{\sum_{s=0}^{\infty} s \times \exp(-s\hbar\omega/\tau)}{Z(\tau)} \quad - (10)$$

である。

問2. (8)式と(10)式からプランク分布関数

$$\langle s \rangle = \frac{1}{\exp(\hbar\omega/\tau) - 1} \quad - (11)$$

を導きなさい。

5. 今日、現代文明は曲がり角に直面している。今後、環境問題やエネルギー問題を解決するために、我々は個人としてどのような貢献ができるだろうか。あなたの思うところを 200 字程度で述べなさい。